Ponavljanje in utrjevanje – 8. razred

Ponovil in **utrdil** boš zanje o **– obsegu kroga in posameznih drugih obravnavanih matematičnih vsebinah.**

POZORNO PREBERI NAVODILA DO KONCA!

PRIPOROČAMO!

Pri svojem delu uporabljaj zapiske v zvezku, poglej v učbenik SŠO in zbirko Znam za več.

Usvojeno znanje boš preveril tako, da rešiš **preverjanje znanja obsegu kroga in posameznih drugih obravnavanih matematičnih vsebinah,** ki je pripravljeno v obliki **spletne ankete** in ga boš prejel preko elektronske pošte.

Tedensko nalogo, današnjega utrjevanja znanja, boš posredoval preko spletne ankete. Dodatna navodila in povezavo do spletne ankete boš dobil na tvoj e-naslov. Naloge moraš **oddati**

NE POZABI!

do **srede**, **6. 5. 2020**.

Kako uspešen si bil pri reševanju nalog, lahko preveriš s klikom na gumb »Poglej oceno« oziroma te bo obvestila tvoja učiteljica matematike.

Želimo ti uspešno reševanje ☺.

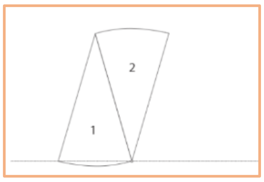
Bravo, uspelo ti je. Zdaj pa končaj in veselo jutri naprej!

Obravnava nove vsebine – 8. razred

V zvezek zapiši naslov: **PLOŠČINA KROGA**

Pri svojem delu uporabljaj učbenik SŠO, zbirko Znam za več, i-učbenik ali druga gradiva, ki jih najdeš na spletu. V pomoč so ti lahko tudi gradiva, ki jih najdeš med prilogami.

1. Nariši krog s poljubnim polmerom in ga razdeli na 12 enakih delov (središčni kot meri 30°). Namesto risanja, lahko izrežeš krog iz priloge 1. Dani krog razreži na označene krožne izseke in jih nalepi na spodnjo črto, kot kaže slika na desni. Izseke lepi čim bolj natančno, tako, da se bodo stikali drug z drugim in s spodnjo črto.



2. Odgovori na vprašanja.
   a. Kateri geometrijski lik nastane, ko prilepiš vse izseke in si predstavljaš, da bi bili spodnja in zgornja črta ravni, kot če bi krog razrezali na neskončno veliko krožnih lokov?

   b. Kako sta zgornja in spodnja kriva črta nastalega lika povezani z obsegom kroga, ki si ga razrezal?

   c. Kako izračunamo ploščino nastalega lika? Zapiši obrazec (najdeš ga v učbeniku).

   d. V nastali lik vriši višino. Kaj predstavlja ta višina v krogu?

3. V zapisani obrazec namesto količin za štirikotnik, vstavi ustrezne količine za krog in dobil boš obrazec za računanje ploščine kroga.

Zapiši obrazec, s katerim bi računal.

Obrazec, ki si ga dobil, primerjaj s tistim, ki je v **UČBENIKU – str. 168**. Če je potrebno, svoj rezultat ustrezno dopolni oziroma popravi.

4. Pojasni odvisnost ploščine kroga od polmera.

UGOTOVITEV

5. * dodatna naloga (neobvezno):

   Ponovi postopek razrezovanja kroga še tako, da boš krog, ki ga najdeš v prilogi 2, razdelil na 18 enakih krožnih izsekov. Kaj ugotoviš, ko primerjaš dobljeni lik s tistim, ki si ga razrezal na 12 delov?

UGOTOVITEV

Bravo, uspelo ti je. Zdaj pa končaj in veselo jutri naprej!

Računanje ploščine kroga

Pomagaj si

I. Natančno izračunaj ploščino kroga s polmerom, ki meri 7 cm. Nato zapiši še približni vrednosti ploščine.

Podatki:
krog
$r = 7$ cm
$p = ?$

1. korak: natančen izračun

Ploščina je zapisana natančno, če je izražena s številom π.

Ploščino kroga izračunaj z obrazcem.

$p = \pi r^2$
$p = \pi \cdot 7^2$
$p = 49\pi \text{ cm}^2$

2. korak: približna vrednost

Približne vrednosti izračunaš, če za število π uporabiš približek ($\pi \doteq 3{,}14$ ali $\pi \doteq \frac{22}{7}$).

$p = 49\pi$	$p = 49\pi$
$p \doteq 49 \cdot 3{,}14$	$p \doteq 49 \cdot \frac{22}{7}$
$p \doteq 153{,}86 \text{ cm}^2$	$p \doteq 154 \text{ cm}^2$

II. Ploščina kroga je $25\pi \text{ dm}^2$. Kolikšna je dolžina premera kroga?

Če poznaš ploščino kroga, lahko izračunaš dolžino polmera.

Podatki:
krog
$p = 25\pi \text{ dm}^2$
$r = ?$

Reševanje:

$p = \pi r^2$ — Zapiši obrazec za ploščino kroga.
$25\pi = r^2 \cdot \pi$ — Vstavi vrednost, ki je znana.
$r^2 = 25$ — S premislekom reši enačbo.
$r = \sqrt{25}$
$r = 5$ dm
$2r = 10$ dm

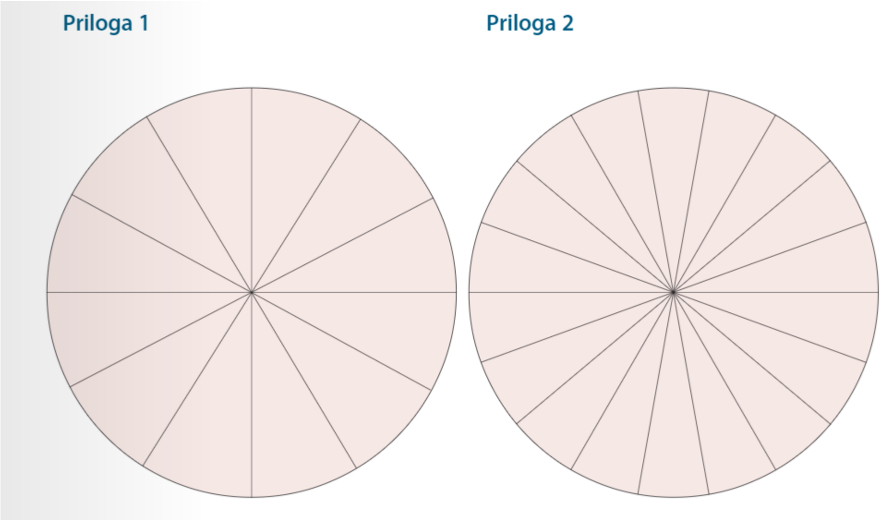
$r = \sqrt{\frac{p}{\pi}}$

Dolžina premera je 10 dm.

6. Reši nalogo v učbeniku SŠO str. 170, 171 / 1ac, 2ac, 3a, 5, 7, 8, 10ab, 15*

Bravo, uspelo ti je. Se vidimo naslednji teden!

Priloge:



Ploščina kroga:

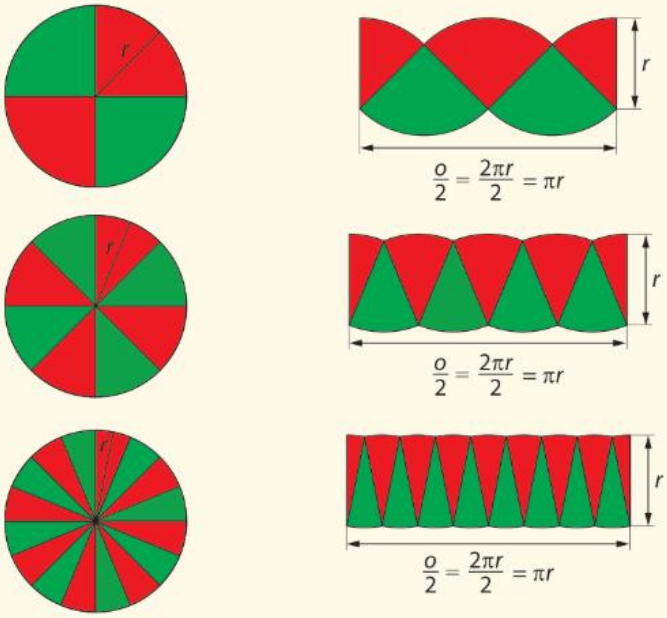
Razlaga o ploščini kroga: https://youtu.be/q2tDfYnMkkY

Druga gradiva:

Ploščina kroga

Nauči se

Ploščina kroga je velikost ploskve, ki je omejena s krožnico.



Krog preoblikujemo v ploščinsko enak lik, ki spominja na pravokotnik. Če bi krog razdelili na še več skladnih krožnih izsekov, bi bil preoblikovani lik še bolj podoben pravokotniku, katerega dolžina bi bila enaka polovici obsega kroga, širina pa bi bila enaka dolžini polmera kroga.

Ploščina kroga je enaka ploščini pravokotnika, torej zmnožku dolžine in širine pravokotnika.

$p = \pi r \cdot r$

Ploščina kroga je enaka zmnožku števila π in kvadrata dolžine polmera.

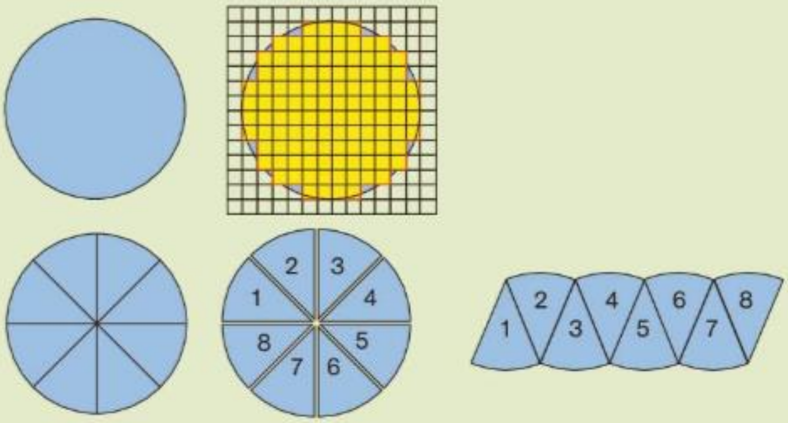
$p = \pi \cdot r^2$

Ploščina kroga:
$p = \pi r^2$

5. Ploščina kroga

Z mojstrom do znanja:
- kako izračunaš ploščino kroga z danim polmerom,
- kako iz ploščine kroga izračunaš polmer.

Luka želi določiti velikost ploskve v obliki kroga. Kako naj se loti dela?



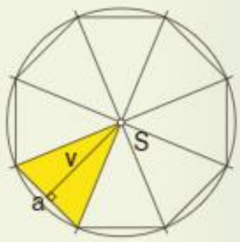
Približno velikost ploščine kroga lahko **določimo s preštevanjem** enotskih kvadratkov. **Bolj točno velikost** ploščine **dobimo z delitvijo kroga na skladne krožne izseke. Če so dovolj majhni**, **se približajo obliki enakokrakih trikotnikov**.

Za oceno velikosti lahko Luka ploskev v obliki kroga položi na kvadratno mrežo in prešteje število kvadratkov, ki jih krog pokrije. Lahko pa krog razreže na čim več enakih krožnih izsekov in jih polaga drugega poleg drugega tako, da oblikuje štirikotnik, katerega ploščino že zna izračunati.

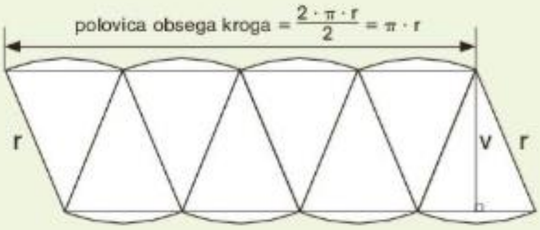
Mojster reši

1. **Razloži, zakaj je ploščina kroga s polmerom r enaka $\pi \cdot r^2$.**

Na sliki je **v krog vrisan pravilni osemkotnik**, ki je sestavljen iz osmih enakokrakih trikotnikov. Eden izmed njih ima vrisano stranico in višino. **S povečevanjem števila stranic večkotnika se ploščina pravilnega večkotnika približuje ploščini kroga.**



Predstavljajmo si, da osemkotnik razrežemo na krožne izseke, iz katerih oblikujemo lik, ki spominja na paralelogram. Ena stranica paralelograma je enaka polovici obsega kroga, višina paralelograma pa je enaka polmeru kroga.



Zato lahko **sklepamo, da se ploščina kroga približuje številu, ki ga dobimo, če polovični obseg kroga pomnožimo s polmerom kroga**.

$$p = \frac{o}{2} \cdot r = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{2} \cdot r = \pi \cdot r^2$$

Ploščina kroga
$\mathbf{p = \pi \cdot r^2 = \pi r^2}$

Ploščina kroga p in kvadrat polmera r^2 sta premo sorazmerni količini. Koeficient tega premega sorazmerja je število π.

Znali bomo
- opisati odvisnost ploščine od polmera kroga
- izračunati ploščino kroga s podanim polmerom (premerom)
- uporabiti formulo za izračun ploščine kroga v besedilnih nalogah
- izračunati polmer (premer) kroga iz podane ploščine kroga

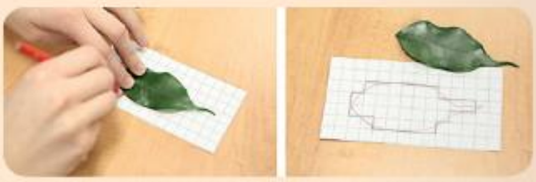
7.3 Ploščina kroga

Špela je za svojo rojstnodnevno zabavo naročila pice. V piceriji so ji ponudili pice običajne velikosti za 9 € in velike pice za 12 €.

Kako bi lahko Špela ugotovila, katero pico je bolje naročiti?

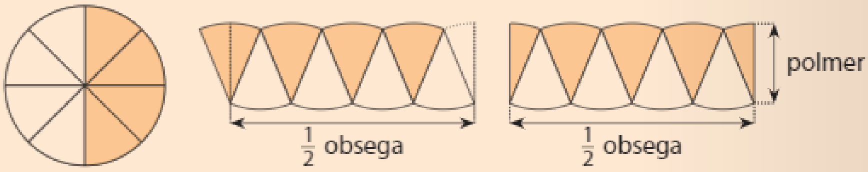
Katero pico je bolje naročiti, pokaže primerjava cene pice glede na njeno ploščino. To pomeni, da je treba izračunati ploščini obeh pic in ju deliti s cenama. Toda kako naj zapišemo ploščino okrogle pice?

Ena od možnosti je, da naredimo obris pice na karirasti papir in nato preštejemo kvadratke. Pri preštevanju kvadratkov ob krivi črti si narišemo lomljeno črto tako, da od ploščine kroga odvzemamo in dodajamo ploščinsko enake dele. Na ta način se ploščina kroga ne spremeni, saj je ploščina »dodanih« delov enaka ploščini »odvzetih delov«.



Omenjeni postopek uporabljamo predvsem pri določanju ploščin likov nepravilnih oblik, kot so človekovo stopalo, drevesni list in podobno.

Pokaže se, da lahko pri krogu ploščino zapišemo na lažji in hitrejši način. Krog s poljubnim polmerom najprej razdelimo na n skladnih krožnih izsekov, pri čemer je n poljubno sodo celo število. Izseke izrežemo in sestavimo, kot prikazuje slika, da dobimo podobo pravokotnika; na več delov kot razdelimo krog, bolj se približamo obliki pravokotnika.



Računalniški program *GeoGebra* omogoča spreminjanje števila krožnih izsekov, na katero razdelimo krog. Preizkusi program in se prepričaj, da pri zelo velikem številu krožnih izsekov ti postanejo skoraj trikotniki in lahko iz kroga naredimo ploščinsko enak pravokotnik.

Ker je ploščina kroga enaka ploščini nastalega pravokotnika, lahko s formulo za ploščino pravokotnika poiščemo formulo za ploščino kroga.

$p = a \cdot b$

$p = \frac{o}{2} \cdot r$

$p = \pi \cdot \frac{2r}{2} \cdot r$

$\boldsymbol{p = \pi r^2}$

Iz zapisane formule vidimo, da je ploščina kroga premo sorazmerna s kvadratom polmera. Koeficient premega sorazmerja je število π.

Zapomnim si

Ploščina kroga p z danim polmerom r je premo sorazmerna s kvadratom polmera r^2. Koeficient premega sorazmerja je število π:

$$\boldsymbol{p = \pi r^2}$$

Rešimo skupaj

Zgled 1 Koliko kvadratnih metrov meri okrogla cvetlična greda, če je dolžina vrvice, s katero je kmet narisal mejo, dolga 3,2 metra? Rezultat zaokrožimo na celoštevilčno vrednost.

Z dolžino vrvice je dan polmer kroga in ploščino izračunamo tako, da v formulo vstavimo $r = 3{,}2$ m.

$p = \pi \cdot r^2$

$p = 3{,}14 \cdot 3{,}2^2$

$p = 3{,}14 \cdot 10{,}24$

$p = 32{,}1516\ \text{m}^2$

$p \doteq 32\ \text{m}^2$

Odgovor: Okrogla cvetlična greda meri približno 32 m².

* **Zgled 2** Izračunajmo ploščino krožnega kolobarja, ki ga tvorita krožnici s polmeroma 3 m in 4 m. Koliko odstotkov ploščine večjega kroga predstavlja ploščina kolobarja?

Izračunamo ploščini obeh krogov in nato njuno razliko. Rezultat lahko zapišemo s pomočjo števila π, kar bo poenostavilo tudi izračun odstotkov.

$p_1 = \pi \cdot r_1^2$	$p_2 = \pi \cdot r_2^2$	$p_k = p_1 - p_2$
$p_1 = \pi \cdot 16$	$p_2 = \pi \cdot 9$	$p_k = 16\pi - 9\pi$
$p_1 = 16\pi\ \text{m}^2$	$p_2 = 9\pi\ \text{m}^2$	$p_k = 7\pi\ \text{m}^2$

Delež: $\frac{7\cancel{\pi}}{16\cancel{\pi}} = 7 : 16 = 0{,}4375 = 43{,}75\,\%$

Odgovor: Ploščina kolobarja predstavlja 43,75 % ploščine večjega kroga.