

## Ponavljanje in utrjevanje – 7. razred

### Ponovil in utrdil boš znanje o **TRIKOTNIKIH**.

Pri svojem delu uporabljaj zapiske v zvezku, poglej v učbenik SŠO in zbirko Znam za več.

Na voljo ti je tudi i-učbenik, dostopen na spletni strani

<https://eucbeniki.sio.si/matematika7/688/index.html>, vsebina **trikotnikih** se nahaja na straneh od 306 do 308 ter od 315 do 319.

1. **Zapiši 4 vprašanja**, ki bi ti jih lahko zastavila učiteljica, da bi z njimi preverila, ali si usvojil znanje o **trikotnikih**. Zapiši tudi odgovore na ta vprašanja.

2. **Reši naloge.**

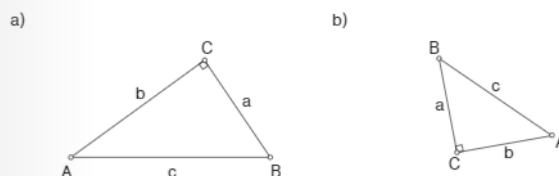
a. Če si si ob reševanju naloge zastavljal vprašanja, jih zapiši.

b. Kaj si s to nalogo ponovil, katera znanja si utrdil?

Obkroži črko pred dolžinami daljic, s katerimi lahko sestavimo trikotnik. Poimenuj obliko trikotnika glede na stranice.

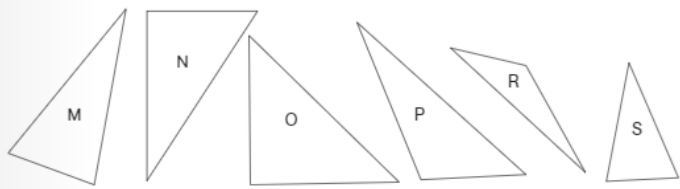
- a) 6 cm, 4 cm, 5 cm      b) 13 cm, 7 cm, 7 cm      c) 16 cm, 16 cm, 16 cm  
č) 2,5 cm, 6 cm, 3,5 cm      d) 4,6 cm, 1,2 cm, 2,6 cm      e) 6 cm, 6 cm, 2 cm

Poimenuj trikotnike glede na kote in dolžino stranic.



Kateri od narisanih trikotnikov so:

- a) ostrokotni    b) pravokotni    c) topokotni?



Vsaki sliki poišči ustrezen zapis. Pike slik in ustreznih zapisov poveži med seboj.

Slika					
Zapis	zunanj koti	izmenična kota	sovršna kota	sokota	notranji kot

3. **Sestavi nalogo**, s katero bi preveril, ali obravnavano vsebino razumeš.

a. Nalogo reši. Natančno zapisuj korake reševanja.

b. Še enkrat preglej sestavljeno nalogo in reševanje ter po potrebi prvotno nalogo preoblikuj in jo reši ponovno.



**Bravo uspelo ti je. Zdaj pa končaj in veselo jutri naprej!**

### NE POZABI!

Svoje opravljeno delo, **Ponavljanje in utrjevanje**, fotografiraj in pošlji učiteljici matematike do **srede, 8. 4. 2020**.

Vse nadaljnje delo, ki ga boš v tem tednu še opravil pri matematiki, **NI** potrebno pošiljati v vpogled učiteljici.

V zvezek zapiši podnaslov: **KOTI V TRIKOTNIKU**



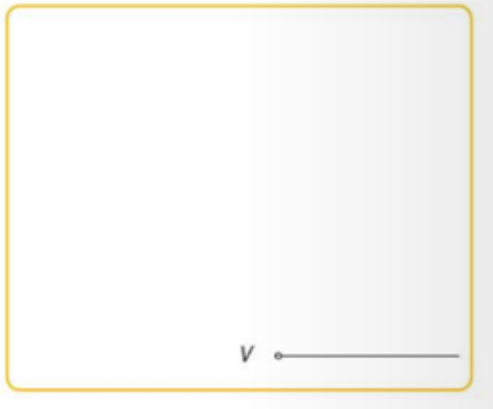
1. Nariši poljuben trikotnik in pobarvaj njegove **notranje kote** kot kaže slika.

Natančno izmeri in zapiši velikosti notranjih kotov:

$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\beta = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\gamma = \underline{\hspace{2cm}}$

Izračunaj njihovo vsoto:  $\alpha + \beta + \gamma = \underline{\hspace{4cm}}$

2. Trikotniku odreži kote in jih nalepi v okvir tako, da bodo imeli vsi vrh v točki V in se bodo stikali.



Koliko meri skupni kot, ki si ga dobil z lepljenjem posameznih kotov?

$\alpha + \beta + \gamma = \underline{\hspace{2cm}}$

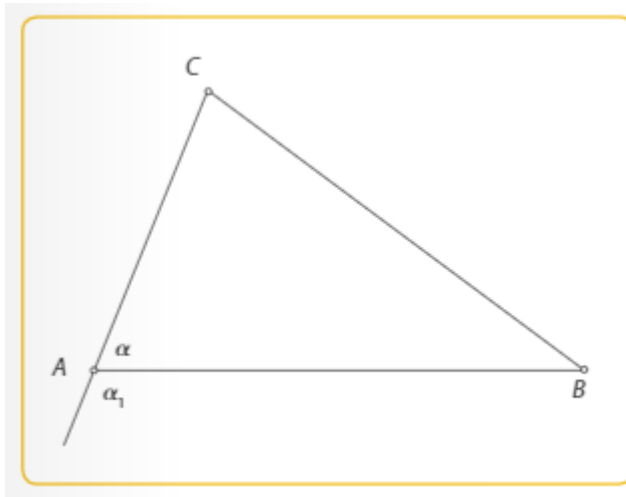
3. Zapiši ugotovitev za vsoto notranjih kotov trikotnika.

**UGOTOVITEV**

Vsota notranjih kotov trikotnika znaša .....

4. Ugotovi, kakšne zakonitosti veljajo za **zunanje kote trikotnika**.

a. Najprej poišči povezavo med notranjim in pripadajočim zunanjim kotom.



En zunanji kot je že narisano, nariši še preostala dva zunanja kota.

Kako imenujemo par kotov, ki ga tvorita notranji in pripadajoči zunanji kot?

Koliko znaša vsota takšnega para kotov?

Dopolni spodnje izraze:

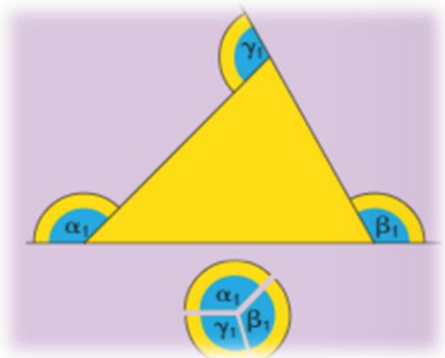
$\alpha + \alpha_1 = \underline{\hspace{2cm}}$	}	skupna vsota vseh parov:  = $\underline{\hspace{2cm}}$
$\beta + \beta_1 = \underline{\hspace{2cm}}$		
$\gamma + \gamma_1 = \underline{\hspace{2cm}}$		

b. Ugotovi, kolikšna je vsota zunanjih kotov trikotnika.

Od vsote vseh kotov, ki si jo izračunal pri prejšnji nalogi, odštej vsoto notranjih kotov trikotnika.

$\underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

- c. Izračun lahko prav tako preverimo z risanjem. Na spodnji sliki preberi, koliko meri vsota zunanjih kotov trikotnika in ugotovite primerjaj z ugotovitvijo iz naloge b.



- d. Zapiši ugotovitev o vsoti zunanjih kotov trikotnika.

#### UGOTOVITEV

Vsota notranjega in pripadajočega zunanjega kota znaša .....

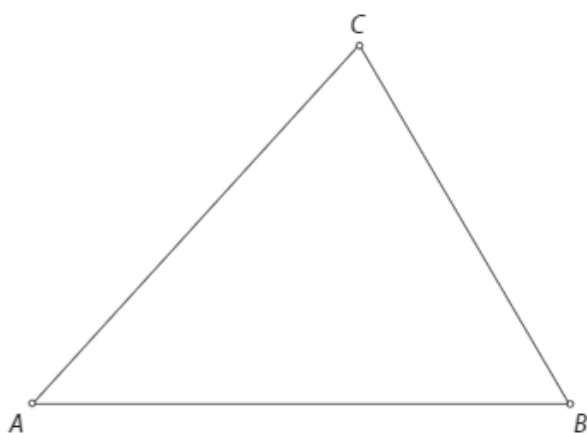
Vsota zunanjih kotov trikotnika znaša .....

5. Reši naloge v učbeniku SŠO str. 122 / 1, 2abcč, 2d\*e\*f\*g\*h\*i\* (Če učbenika nimaš doma, poglej med priloge)

#### V zvezek zapiši podnaslov: VIŠINE TRIKOTNIKA

1. Ugotovi, kakšne zakonitosti veljajo za višine trikotnika.

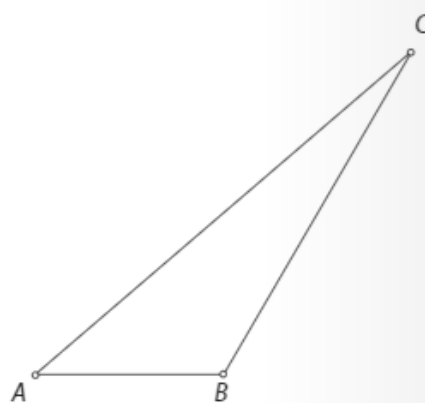
- a) Na spodnjih slikah sta prikazana ostrokotni in topokotni trikotnik. Vsakemu od njiju nariši vse tri višine (višina je pravokotna razdalja oglišča od nosilke nasproti ležeče stranice).



Ali se višine oziroma nosilke višin ostrokotnega trikotnika sekajo v eni točki?

DA NE

Kje leži višinska točka ostrokotnega trikotnika?  
znotraj trikotnika    zunaj trikotnika

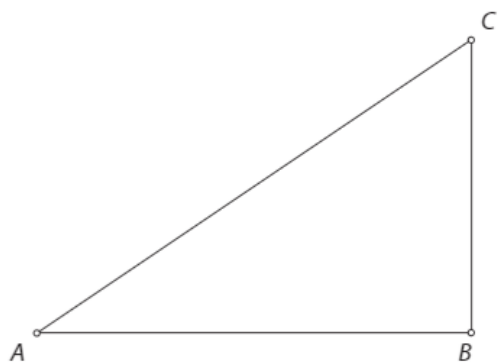


Ali se višine oziroma nosilke višin topokotnega trikotnika sekajo v eni točki?

DA NE

Kje leži višinska točka topokotnega trikotnika?  
znotraj trikotnika    zunaj trikotnika

b) Preveri še, kje leži višinska točka v pravokotnem trikotniku.



Iz zgornjih slik sklepaj, kje bi ležala višinska točka trikotnika, ki ima pravi kot v oglišču C.

---



**Bravo, uspelo ti je. Se vidimo naslednji teden!**

## 2 KOTI V TRIKOTNIKU

Izvedel boš:

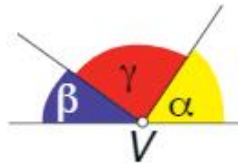
- koliko je vsota vseh notranjih kotov trikotnika,
- kakšna je povezava med notranjim in pripadajočim zunanjim kotom,
- kako narišemo nekatere kote samo s šestilom in ravnilom.

Špela je trikotniku odrezala kote in jih zlepila tako, da sta po dva in dva imela skupen rob (eno stranico), vrh pa je bil za vse kote v eni točki. Ko so bili vsi trije kote zlepljeni je videla, da ji kota, sestavljenega iz kotov trikotnika ni treba meriti.

**RAZMISLI** Zakaj?



Špela je takoj opazila, da vsi trije notranji koti trikotnika skupaj tvorijo iztegnjeni kot. Torej je vsota notranjih kotov trikotnika enaka  $180^\circ$ .



Kaj je odkrila Špela?  
DZ – naloga 5.2

Oglejmo si še druga pravila, ki veljajo za kote trikotnika.

Notranji koti	Notranji in pripadajoči zunanji koti	Zunanji koti
<p><math>\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ</math></p>	<p> <math>\alpha + \alpha_1 = 180^\circ</math>  <math>\beta + \beta_1 = 180^\circ</math>  <math>\gamma + \gamma_1 = 180^\circ</math> </p>	<p> <math>\alpha_1 = \beta + \gamma</math>  <math>\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 360^\circ</math>; <math>\beta_1 = \alpha + \gamma</math>  <math>\gamma_1 = \alpha + \beta</math> </p>



### KOTI V TRIKOTNIKU

- Vsota notranjih kotov  $\alpha$ ,  $\beta$  in  $\gamma$  v trikotniku je  $180^\circ$ .
- Vsota notranjega kota in pripadajočega zunanjega kota v trikotniku je  $180^\circ$ .
- Vsota zunanjih kotov trikotnika je  $360^\circ$ .
- Zunanji kot trikotnika je enak vsoti nepriležnih notranjih kotov trikotnika.

S pomočjo pravkar pridobljenega znanja lahko brez kotomera narišemo kote  $60^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $30^\circ$  ...

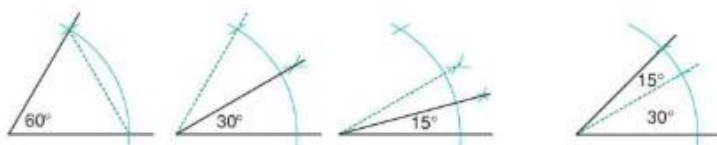
Če narišemo enakostranični trikotnik, smo s tem narisali tudi tri kote  $60^\circ$ .

Če kot  $60^\circ$  s pomočjo simetrale razpolovimo, dobimo kot  $30^\circ$ .

Če razpolovimo kot  $30^\circ$ , dobimo kot  $15^\circ$ ...

S pomočjo vsote kotov  $60^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $15^\circ$  lahko skonstruiramo kote  $45^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $105^\circ$ ,  $120^\circ$  ...

( $45^\circ = 30^\circ + 15^\circ$ ;  $75^\circ = 60^\circ + 15^\circ$ ;  $105^\circ = 60^\circ + 30^\circ + 15^\circ$  ...)



$$45^\circ = 30^\circ + 15^\circ$$

Kot  $45^\circ$  lahko narišemo tudi tako, da od kota  $60^\circ$  odštejemo  $15^\circ$ .

**1** Izračunaj manjkajoče notranje in zunanje kote trikotnika, če je  $\alpha = 50^\circ$  in  $\gamma_1 = 80^\circ$ .**Rešitev:**

1. Ker vemo, da je vsota notranjega in priležnega zunanjega kota  $180^\circ$  ( $\alpha + \alpha_1 = 180^\circ$ ), lahko izračunamo kot  $\alpha_1$ , iz povezave  $\gamma + \gamma_1 = 180^\circ$  pa izračunamo kot  $\gamma$ .

$$\begin{aligned} \alpha + \alpha_1 &= 180^\circ & \gamma + \gamma_1 &= 180^\circ \\ 50^\circ + \alpha_1 &= 180^\circ & \gamma + 80^\circ &= 180^\circ \\ \alpha_1 &= 180^\circ - 50^\circ & \gamma &= 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ \\ \alpha_1 &= 130^\circ & & \end{aligned}$$

2. Vsota vseh notranjih kotov trikotnika je  $180^\circ$ . Ker že poznamo kota  $\alpha$  in  $\gamma$ , lahko izračunamo kot  $\beta$ .

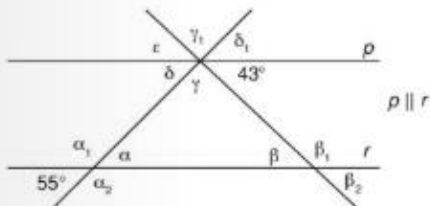
$$\begin{aligned} \alpha + \beta + \gamma &= 180^\circ \\ 50^\circ + \beta + 100^\circ &= 180^\circ \\ \beta + 150^\circ &= 180^\circ \\ \beta &= 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ \end{aligned}$$

3. Kot  $\beta_1$  lahko izračunamo na več načinov:

$$\begin{aligned} \beta + \beta_1 &= 180^\circ & \text{ali} & \beta_1 = \alpha + \gamma \\ 30^\circ + \beta_1 &= 180^\circ & & \beta_1 = 50^\circ + 100^\circ \\ \beta_1 &= 180^\circ - 30^\circ & & \beta_1 = 150^\circ \\ \beta_1 &= 150^\circ & & \end{aligned}$$

ali

$$\begin{aligned} \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 &= 360^\circ \\ \beta_1 &= 360^\circ - 130^\circ - 80^\circ \\ \beta_1 &= 150^\circ \end{aligned}$$

**2** Izračunaj označene kote.**Rešitev:**

1. Kot  $\alpha_2$  je sovršni kot kotu  $55^\circ$ , torej meri  $\alpha_2$   $55^\circ$ . Kot  $\alpha_1$  je zunanji kot trikotnika oziroma sokot  $\alpha$ ,

torej je:

$$\begin{aligned} \alpha + \alpha_1 &= 180^\circ \\ 55^\circ + \alpha_1 &= 180^\circ \\ \alpha_1 &= 180^\circ - 55^\circ \\ \alpha_1 &= 125^\circ \end{aligned}$$

Kot  $\alpha_2$  je sovršni kot kotu  $\alpha_1$ , zato tudi  $\alpha_2$  meri  $125^\circ$ .

2. Kot  $\beta$  in kot  $43^\circ$  sta kota z vzporednimi kraki, zato kot  $\beta$  meri  $43^\circ$ .  $\beta_2$  je njegov sovršni kot in je enako velik,  $\beta_1$  pa je kotu  $\beta$  sokot – njuna vsota je  $180^\circ$ :

$$\begin{aligned} \beta + \beta_1 &= 180^\circ \\ 43^\circ + \beta_1 &= 180^\circ \\ \beta_1 &= 180^\circ - 43^\circ = 137^\circ \end{aligned}$$

3. Upoštevamo še, da je vsota notranjih kotov trikotnika  $180^\circ$ :

$$\begin{aligned} \alpha + \beta + \gamma &= 180^\circ \\ 55^\circ + 43^\circ + \gamma &= 180^\circ \\ 98^\circ + \gamma &= 180^\circ \\ \gamma &= 180^\circ - 98^\circ = 82^\circ \end{aligned}$$

4. Kot  $\gamma_1$  je sovršni kot kotu  $\gamma$  in tudi meri  $82^\circ$ . Kot  $\epsilon$  je enak sovršnemu kotu  $43^\circ$ . Kot  $\delta$  ima s kotom  $\alpha$  vzporedne krake (enega v isto in enega v nasprotno smer) in torej meri  $55^\circ$ , enako tudi njegov sovršni kot  $\delta_1$ .

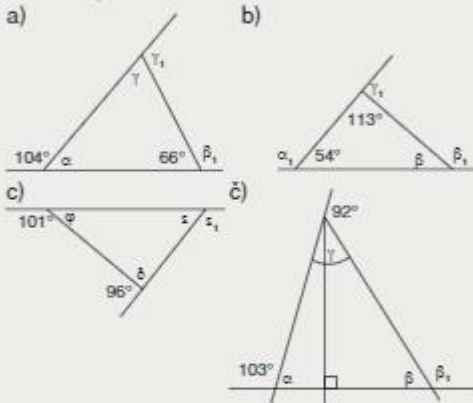


## NALOGE ZA VAJO

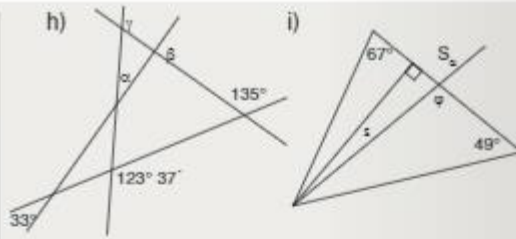
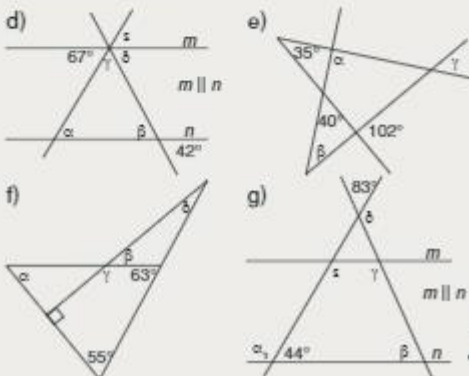
1 Izračunaj neznane kote v trikotniku.

	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\gamma_1$
a)	$40^\circ$	$80^\circ$				
b)			$53^\circ$	$82^\circ 15'$		
c)					$111^\circ$	$95^\circ$
č)		$67^\circ$		$79^\circ$		

2 Izračunaj označene neznane kote.

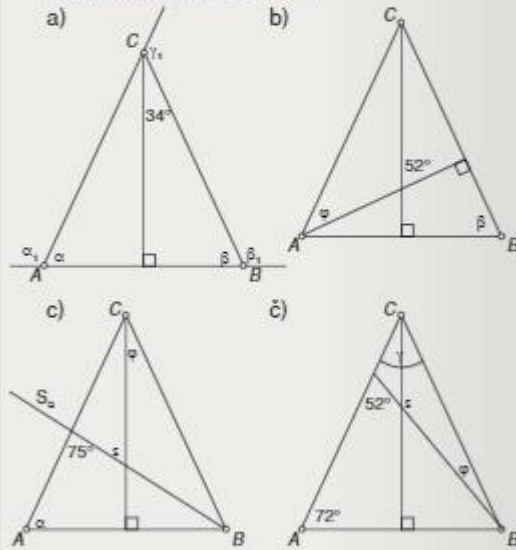


### ZMOREM TUDI TO



3 Samo s šestilom in ravnilom konstruiraj kote:  
a)  $45^\circ$  b)  $105^\circ$  c)  $150^\circ$  č)  $142^\circ 30'$

4 Izračunaj označene neznane kote v enakokrakih trikotnikih.



5 V enakokrakem trikotniku meri kot ob vrhu trikotnika  $53^\circ 42'$ . Ugotovi, koliko merijo vsi ostali koti tega trikotnika.

6 Z uporabo računalniškega programa preveri, kolikšna je vsota notranjih kotov trikotnika, če trikotnik poljubno spreminjamo.

## 4 VIŠINE TRIKOTNIKOV

Izvedel boš:

- kaj je višina trikotnika,
- kako narišemo trikotnik, če poznamo eno od višin.

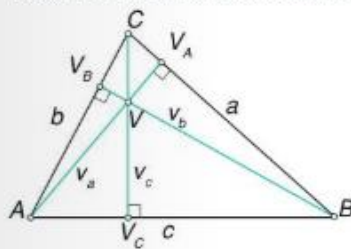
Učenci Špelinega in Rokovega razreda so dobili nalogo, da okrasijo telovadnico za krajevno prireditev. Na strop so želeli obesiti okraske. Pomagali so si s trikotnimi plezali, ki jih sestavljajo tri različno dolge lestve. Rok, ki je največji, je plezal na igrala in obešal okraske.

**RAZMISLI** Ali je pomembno, kako je postavljeno plezalo?



Ker so posamezne lestve različno dolge, je od tega, na katero lestev je plezalo postavljeno, odvisno, kako visoko bo plezalo segalo. Špela je plezalo postavila tako, da je bila najdaljša lestev na tleh, zato je Rok na njenem plezalu stal prenizko, da bi dosegel strop.

Vsakemu trikotniku lahko določimo tri višine.



### Višina trikotnika in njene lastnosti:

- višina je daljica med ogliščem in nosilko nasprotne stranice ( $v_a$ ,  $v_b$ ,  $v_c$ );
- višina je vedno pravokotna na nosilko stranice;
- vse tri višine se sekajo v eni točki, ki jo imenujemo **višinska točka** ( $V$ ).



Kje ležijo višinske točke?  
**DZ – naloga 5.3**



### VIŠINSKE TOČKE

Višinska točka v ostrokotnem trikotniku leži v notranjosti trikotnika.

Višinska točka v topokotnem trikotniku leži zunaj trikotnika.

Višinska točka v pravokotnem trikotniku je oglišče, ki je vrh pravega kota.

